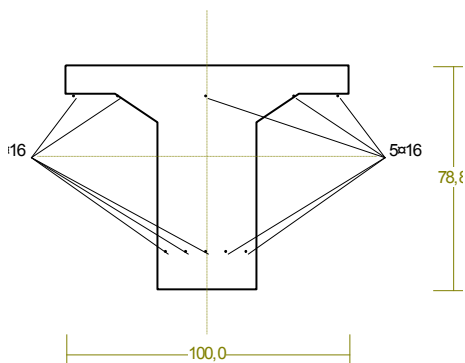


## Wyniki wymiarowania elementu żelbetowego wg PN-B-03264:2002

RM\_Zelb v. 6.3

### Cechy przekroju:

zadanie Żelbet, pręt nr 2, przekrój:  $x_a=2,25$  m,  $x_b=3,75$  m



Wymiary przekroju [cm]:

$h=78,8$ ,  $b_w=35,0$ ,  $b_{eff}=100,0$ ,  $h_f=10,0$ , skosy:  $15,0 \times 10,0$ ,

Cechy materiałowe dla sytuacji stałej lub przejściowej

**BETON: B25**

$f_{ck}=20,0$  MPa,  $f_{cd}=\alpha \cdot f_{ck}/\gamma_c=1,00 \times 20,0/1,50=13,3$  MPa

Cechy geometryczne przekroju betonowego:

$A_c=3556$  cm<sup>2</sup>,  $J_{cx}=2106702$  cm<sup>4</sup>,  $J_{cy}=1156784$  cm<sup>4</sup>

**STAL: A-II (18G2-b)**

$f_{yk}=355$  MPa,  $\gamma_s=1,15$ ,  $f_{yd}=310$  MPa

$$\xi_{lim}=0,0035/(0,0035+f_{yd}/E_s)=0,0035/(0,0035+310/200000)=0,693,$$

Zbrojenie główne:

$$A_{s1}+A_{s2}=18,10 \text{ cm}^2, \rho=100 (A_{s1}+A_{s2})/A_c =100 \times 18,10/3556=0,51 \%,$$

$$J_{sx}=21323 \text{ cm}^4, J_{sy}=13580 \text{ cm}^4,$$

Zbrojenie odgięte:

$$A_{sw}=4,02 \text{ cm}^2, \rho_o=100 A_{sw}/A_c =100 \times 4,02/3556=0,11 \%$$

### Siły przekrojowe:

zadanie: Żelbet, pręt nr 2, przekrój:  $x_a=2,25$  m,  $x_b=3,75$  m

Obciążenia działające w płaszczyźnie układu: **GABS**

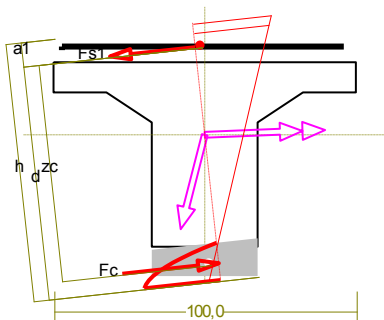
Momenty zginające:  $M_x = -113,24$  kNm,  $M_y = 63,28$  kNm,

Siły poprzeczne:  $V_y = -18,50$  kN,  $V_x = 11,25$  kN,

Siła osiowa:  $N = 47,62$  kN =  $N_{sd}$ .

### Zbrojenie wymagane:

(zadanie Żelbet, pręt nr 2, przekrój:  $x_a=5,80$  m,  $x_b=0,20$  m)



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{sd}=47,62 \text{ kN},$$

$$M_{sd}=\sqrt{(M_{sdx}^2 + M_{sdy}^2)} = \sqrt{(215,71^2 + 8,70^2)} = 215,88 \text{ kNm}$$

$$f_{cd}=13,3 \text{ MPa}, f_{yd}=310 \text{ MPa} = f_{td},$$

Zbrojenie rozciągane ( $\epsilon_{s1}=10,00$  ‰):

$$A_{s1}=10,54 \text{ cm}^2 \Rightarrow (6 \times 16 = 12,06 \text{ cm}^2),$$

61 Dodatkowe zbrojenie ściskane nie jest obliczeniowo wymagane.

$$A_s=A_{s1}+A_{s2}=10,54 \text{ cm}^2, \rho=100 \times A_s/A_c = 100 \times 10,54/2944=0,36 \%$$

Wielkości geometryczne [cm]:

$$h=85,8, d=77,8, x=11,7 (\xi=0,150),$$

$$a_1=8,1, a_c=5,6, z_c=72,2, A_{cc}=372 \text{ cm}^2,$$

$$\epsilon_c=-1,77 \text{ ‰}, \epsilon_{s1}=10,00 \text{ ‰},$$

### Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -279,14, F_{s1} = 326,76,$$

$$M_c = 120,06, M_{s1} = 95,82,$$

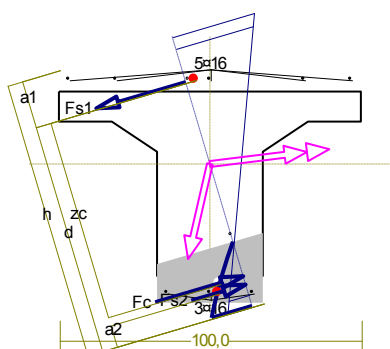
### Warunki równowagi wewnętrznej:

$$F_c + F_{s1} = -279,14 + (326,76) = 47,62 \text{ kN} (N_{sd}=47,62 \text{ kN})$$

$$M_c + M_{s1} = 120,06 + (95,82) = 215,88 \text{ kNm} \quad (M_{sd} = 215,88 \text{ kNm})$$

### Nośność przekroju prostokątnego:

zadanie Żelbet, pręt nr 2, przekrój:  $x_a = 5,50 \text{ m}$ ,  $x_b = 0,50 \text{ m}$



Wielkości obliczeniowe:

$$N_{sd} = 47,62 \text{ kN},$$

$$M_{sd} = \sqrt{(M_{sdx}^2 + M_{sdy}^2)} = \sqrt{(166,43^2 + 20,63^2)} = 167,70 \text{ kNm}$$

$$f_{cd} = 13,3 \text{ MPa}, \quad f_{yd} = 310 \text{ MPa} = f_{td},$$

Zbrojenie rozciągane:  $A_{s1} = 10,05 \text{ cm}^2$ ,

61 Zbrojenie ściskane:  $A_{s2} = 6,03 \text{ cm}^2$ ,

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} = 16,08 \text{ cm}^2, \quad \rho = 100 \times A_s / A_c =$$

$$100 \times 16,08 / 2944 = 0,55 \%$$

Wielkości geometryczne [cm]:

$$h = 93,5, \quad d = 77,6, \quad x = 19,3 \quad (\xi = 0,249),$$

$$a_1 = 15,9, \quad a_2 = 7,4, \quad a_c = 8,2, \quad z_c = 68,2, \quad A_{cc} = 631 \text{ cm}^2,$$

$$\varepsilon_c = -0,58 \text{ ‰}, \quad \varepsilon_{s2} = -0,47 \text{ ‰}, \quad \varepsilon_{s1} = 1,76 \text{ ‰},$$

Wielkości statyczne [kN, kNm]:

$$F_c = -179,29, \quad F_{s1} = 271,44, \quad F_{s2} = -44,53,$$

$$M_c = 71,20, \quad M_{s1} = 77,44, \quad M_{s2} = 19,06,$$

Warunek stanu granicznego nośności:

$$M_{Rd} = 196,46 \text{ kNm} > M_{sd} = M_c + M_{s1} + M_{s2} = 71,20 + (77,44) + (19,06) = 167,70 \text{ kNm}$$

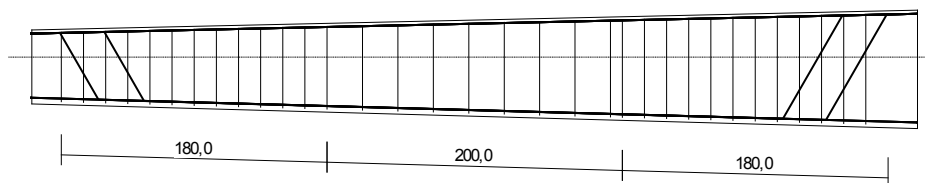
### Zbrojenie poprzeczne (strzemiona)

zadanie Żelbet, pręt nr 2

Na całej długości pręta przyjęto strzemiona o średnicy  $\phi = 10 \text{ mm}$  ze stali A-IIIN, dla której  $f_{ywd} = 420 \text{ MPa}$ .

Minimalny stopień zbrojenia na ścinanie:

$$\rho_{w,\min} = 0,08 \sqrt{f_{ck}} / f_{yk} = 0,08 \times \sqrt{20} / 355 = 0,00101$$



Rozstaw strzemion:

#### Strefa nr 1

Początek i koniec strefy:  $x_a = 20,0$   $x_b = 200,0 \text{ cm}$

Maksymalny rozstaw strzemion – wymagania dla belek:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 477 = 358 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 358 \text{ mm}$ .

Ze względu na pręty ściskane  $s_{\max} = 15 \phi = 15 \times 16,0 = 240,0 \text{ mm}$ .

Maksymalny rozstaw strzemion – wymagania dla słupów:

$$s_{\max} = \min \{h; b\} = \min \{350,0; 510,0\} = 350,0 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 350,0 \text{ mm}$ .

Ze względu na zbrojenie  $s_{\max} = 15 \phi = 15 \times 16,0 = 240,0 \text{ mm}$ .

Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **15,0** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,57 / (15,0 \times 35,0 \times 1,000) = 0,00299$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00299} > \mathbf{0,00101} = \rho_w \text{ min}$$

### Strefa nr 2

Początek i koniec strefy:  $x_a = 200,0$   $x_b = 400,0$  cm

Maksymalny rozstawy strzemion – wymagania dla belek:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 567 = 425 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 400$  mm.

Ze względu na pręty ściskane  $s_{\max} = 15 \phi = 15 \times 16,0 = 240,0$  mm.

Maksymalny rozstawy strzemion – wymagania dla słupów:

$$s_{\max} = \min \{h; b\} = \min \{350,0; 600,0\} = 350,0 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 350,0$  mm.

Ze względu na zbrojenie  $s_{\max} = 15 \phi = 15 \times 16,0 = 240,0$  mm.

Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **24,0** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,57 / (24,0 \times 35,0 \times 1,000) = 0,00187$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00187} > \mathbf{0,00101} = \rho_w \text{ min}$$

### Strefa nr 3

Początek i koniec strefy:  $x_a = 400,0$   $x_b = 580,0$  cm

Maksymalny rozstawy strzemion – wymagania dla belek:

$$s_{\max} = 0,75 d = 0,75 \times 667 = 500 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 400$  mm.

Ze względu na pręty ściskane  $s_{\max} = 15 \phi = 15 \times 16,0 = 240,0$  mm.

Maksymalny rozstawy strzemion – wymagania dla słupów:

$$s_{\max} = \min \{h; b\} = \min \{350,0; 700,0\} = 350,0 \quad s_{\max} \leq 400 \text{ mm}$$

przyjęto  $s_{\max} = 350,0$  mm.

Ze względu na zbrojenie  $s_{\max} = 15 \phi = 15 \times 16,0 = 240,0$  mm.

Przyjęto strzemiona 2-cięte, prostopadłe do osi pręta o rozstawie **15,0** cm, dla których stopień zbrojenia na ścinanie wynosi:

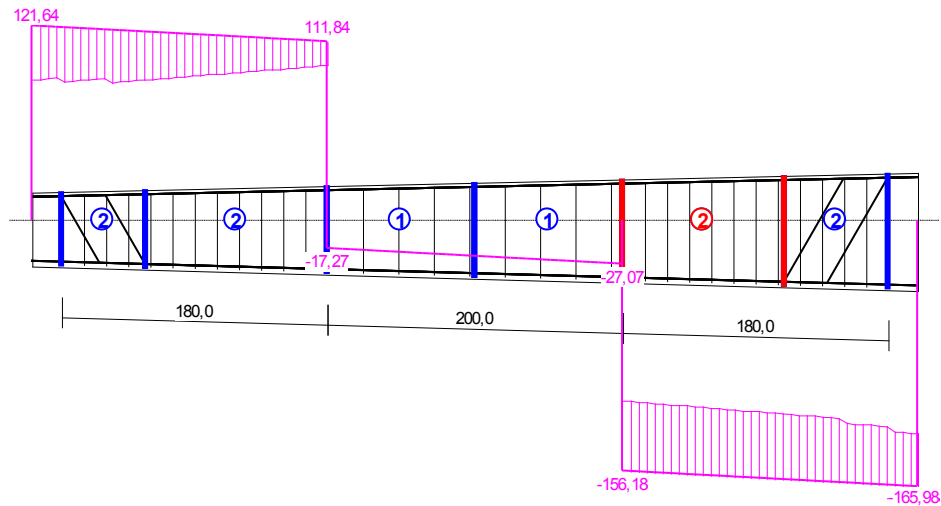
$$\rho_w = A_{sw} / (s b_w \sin \alpha) = 1,57 / (15,0 \times 35,0 \times 1,000) = 0,00299$$

$$\rho_w = \mathbf{0,00299} > \mathbf{0,00101} = \rho_w \text{ min}$$

## **Ścinanie**

zadanie Żelbet, pręt nr 2.

Przyjęto podparcie i obciążenie bezpośrednie.



### Odcinek nr 5

Początek i koniec odcinka:  $x_a = 400,0$   $x_b = 509,7$  cm

Siły przekrojowe:  $N_{Sd} = 47,62$ ;

$V_{Sd \max} = -161,56$  kN

Rodzaj odcinka:

$$\rho_L = \frac{A_{sL}}{b_w d} = \frac{10,05}{35,0 \times 66,7} = 0,00431; \quad \rho_L \leq 0,01$$

Przyjęto  $\rho_L = 0,00431$ .

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_C = -47,62 / 3384,04 \times 10 = -0,14 \text{ MPa} \quad \sigma_{cp} \leq 0,2 f_{cd}$$

Przyjęto  $\sigma_{cp} = 0,00$  MPa.

$$\begin{aligned} V_{Rd1} &= [0,35 k f_{ctd} (1,2 + 40 \rho_L) + 0,15 \sigma_{cp}] b_w d = \\ &= [0,35 \times 1,00 \times 1,00 \times (1,2 + 40 \times 0,00431) + 0,15 \times 0,00] \times 35,0 \times 66,7 \times 10^{-1} = 112,12 \text{ kN} \end{aligned}$$

$$V_{Sd} = 161,56 > 112,12 = V_{Rd1}$$

Nośność odcinka II-go rodzaju:

Przyjęto kąt  $\theta = 45,0^\circ$

$$v = 0,6 (1 - f_{ck} / 250) = 0,6 \times (1 - 20 / 250) = 0,552$$

$$\Delta V_{Rd} = \frac{A_{sw2} f_{ywd2}}{s_2} z \cos \alpha \times 10^{-1} = 0 \text{ kN}$$

$$\Delta V_{Rd} \leq v f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} \frac{\cot \alpha}{2 \cot \theta + \cot \alpha} \times 10^{-1} = 0 \text{ kN}$$

Przyjęto  $\Delta V_{Rd} = 0,00$  kN.

$$V_{Rd2} = v f_{cd} b_w z \frac{\cot \theta}{1 + \cot^2 \theta} + \Delta V_{Rd} =$$

$$= 0,552 \times 13,3 \times 35,0 \times 60,0 \frac{1,000}{1 + 1,000^2} \times 10^{-1} + 0,00 = 771,25 \text{ kN}$$

$$V_{Sd} = 161,56 < 771,25 = V_{Rd2}$$

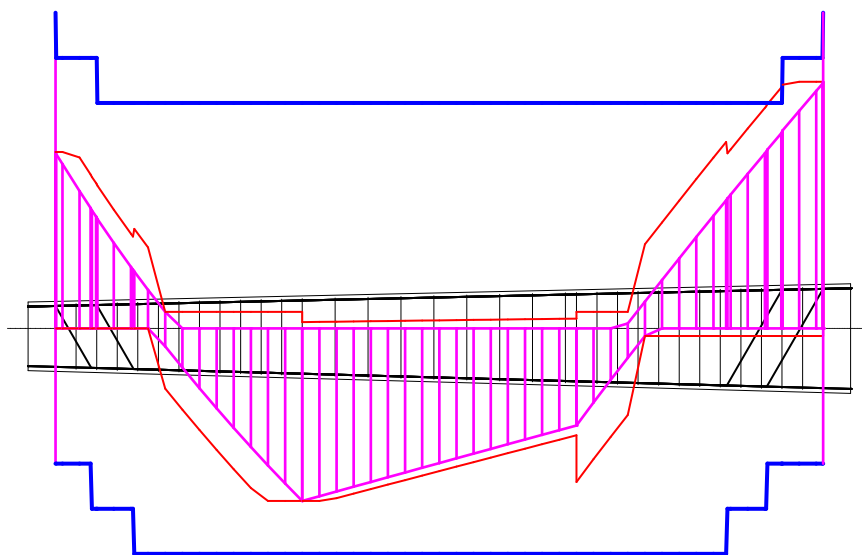
$$V_{Rd3} = V_{Rd31} + V_{Rd32} = \frac{A_{sw1} f_{ywd1}}{s_1} z \cot \theta + \frac{A_{sw2} f_{ywd2}}{s_2} z (\cot \theta + \cot \alpha) \sin \alpha =$$

$$= \frac{1,57 \times 420}{15,0} 60,0 \times 1,000 \times 10^{-1} = 264,03 \text{ kN}$$

$$V_{Sd} = 161,56 < 264,03 = V_{Rd3}$$

### Nośność zbrojenia podłużnego

zadanie Żelbet, pręt nr 2.



Sprawdzenie siły przenoszonej przez zbrojenie rozciągnięte dla  $x = 5,500 \text{ m}$ :

$$\Delta F_{td} = 0,5 |V_{Sd}| (\cot \theta - V_{Rd32} / V_{Rd3} \cot \alpha) = 0,5 \times 163,53 \times (1,000 - 186,97 / 472,61 \times 0,577) = 63,10 \text{ kN}$$

Sumaryczna siła w zbrojeniu rozciąganym:

$$F_{td} = F_{td,m} + \Delta F_{td} = 271,04 + 63,10 = 334,14 \text{ kN};$$

$$F_{td} \leq F_{td,max} = 341,00 \text{ kN}$$

Przyjęto  $F_{td} = 334,14 \text{ kN}$

$$F_{td} = 334,14 > 311,65 = 10,05 \times 310 \times 10^{-1} = A_s f_{yd}$$

### Zarysowanie

zadanie Żelbet, pręt nr 2,

Położenie przekroju:

$$x = 5,750 \text{ m}$$

Siły przekrojowe od obc. długotrwałych:

$$M_{Sd} = -207,46 \text{ kNm}$$

$$N_{Sd} = 47,62 \text{ kN } e = 435,6 \text{ cm}$$

$$V_{Sd} = -164,76 \text{ kN}$$

Wymiary przekroju:

$$b_w = 35,0 \text{ cm}$$

$$d = h - a_1 = 78,7 - 3,3 = 75,4 \text{ cm}$$

$$A_c = 3556 \text{ cm}^2$$

$$W_c = 65848 \text{ cm}^3$$

### Minimalne zbrojenie:

Wymagane pole zbrojenia rozciąganego dla zginania, przy naprężeniach wywołanych przyczynami zewnętrznymi, wynosi:

$$A_s = k_c k f_{ct,eff} A_{ct} / \sigma_{s,lim} =$$

$$= 0,4 \times 1,0 \times 2,2 \times 1120 / 240 = 4,11 \text{ cm}^2$$

$$A_{s1} = 12,06 > 4,11 = A_s$$

Zarysowanie:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 65848 \times 10^{-3} = 144,86 \text{ kNm}$$

$$N_{cr} = \frac{f_{ctm}}{e/W_c + 1/A_c} = \frac{2,2}{35,6/65847,55 + 1/3556,2} \times 10^{-1} = 31,90 \text{ kN}$$

$$N_{sd} = 47,62 > 31,90 = N_{cr}$$

**Przekrój zarysowany.**

Szerokość rozwarcia rysy prostopadłej do osi pręta:

Przyjęto  $k_2 = 0,5$ .

$$\rho_r = A_s / A_{ct,eff} = 12,06 / 640 = 0,01884$$

$$s_{rm} = 50 + 0,25 k_1 k_2 \phi / \rho_r = 50 + 0,25 \times 0,8 \times 0,50 \times 16 / 0,01884 = 134,93$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_{sm} &= \sigma_s / E_s [1 - \beta_1 \beta_2 (\sigma_{sr} / \sigma_s)^2] = \\ &= 283,3 / 200000 \times [1 - 1,0 \times 0,5 \times (31,90 / 47,62)^2] = 0,00110 \end{aligned}$$

$$w_k = \beta s_{rm} \varepsilon_{sm} = 1,7 \times 134,93 \times 0,00110 = 0,25 \text{ mm}$$

$$w_k = 0,25 < 0,3 = w_{lim}$$

Szerokość rozwarcia rysy ukośnej:

$$\rho_{w1} = \frac{A_{sw1}}{s_1 b_w} = \frac{1,57}{15,0 \times 35,0} = 0,00299$$

$$\rho_{w2} = \frac{A_{s2}}{s_2 b_w \sin \alpha} = \frac{2,01}{29,6 \times 35,0 \times 0,866} = 0,00224$$

$$\rho_w = \rho_{w1} + \rho_{w2} = 0,00299 + 0,00224 = 0,00523$$

$$\lambda = \frac{1}{3 \left[ \frac{\rho_{w1}}{\eta_1 \phi_1} + \frac{\rho_{w2}}{\eta_2 \phi_2} \right]} = \frac{1}{3 \left[ 0,00299 / (0,7 \times 10,0) + 0,00224 / (0,7 \times 16,0) \right]} = 531,06$$

$$\tau = \frac{V_{sd}}{b_w d} = \frac{-164,76}{35,0 \times 75,4} \times 10 = 0,624 \text{ MPa}$$

$$w_k = \frac{4 \tau^2 \lambda}{\rho_w E_s f_{ck}} = \frac{4 \times 0,624^2 \times 531,06}{0,00523 \times 200000 \times 2} = 0,04 \text{ mm}$$

$$w_k = 0,04 < 0,3 = w_{lim}$$

**Ugięcia**

zadanie Żelbet, pręt nr 2

Ugięcia wyznaczono dla charakterystycznych obciążeń długotrwałych.

Współczynniki pełzania dla obciążeń długotrwałych przyjęto równy  $\phi(t, t_0) = 2,00$ .

$$E_{c,eff} = \frac{E_{cm}}{1 + \phi(t, t_0)} = \frac{30000}{1 + 2,00} = 10000 \text{ MPa}$$

Moment rysujący:

$$M_{cr} = f_{ctm} W_c = 2,2 \times 67663 \times 10^{-3} = 148,86 \text{ kNm}$$

Całkowity moment zginający  $M_{sd} = -248,81 \text{ kN}$  powoduje zarysowanie przekroju.

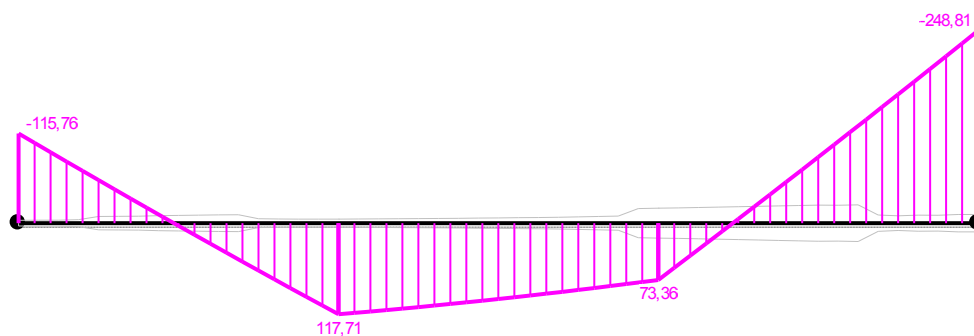
Sztywność dla długotrwałego działania obciążeń długotrwałych:

Sztywność na zginanie wyznaczona dla momentu  $M_{Sd} = -248,81$  kNm.

Wielkości geometryczne przekroju:  $x_I = 48,2$  cm  $I_I = 2677701$  cm<sup>4</sup>  
 $x_{II} = 25,8$  cm  $I_{II} = 990708$  cm<sup>4</sup>

$$B = \frac{E_{c,eff} I_{II}}{1 - \beta_1 \beta_2 (M_{cr} / M_{Sd})^2 (1 - I_{II} / I_I)} =$$

$$= \frac{10000 \times 990708}{-1,0 \times 0,5 \times (148,86 / 248,81)^2 \times (1 - 990708 / 2677701)} \times 10^{-5} = 111661 \text{ kNm}^2$$



Wykres sztywności i momentów dla obciążeń długotrwałych.



Ugięcia.

Ugięcie w punkcie o współrzędnej  $x = 2,250$  m, wyznaczone poprzez całkowanie funkcji krzywizny osi pręta ( $1/\rho$ ) z uwzględnieniem zmiany sztywności wzdłuż osi elementu, wynosi:

$$a = a_{\infty,d} = 2,9 \text{ mm}$$

$$a = 2,9 < 30,0 = a_{lim}$$